**I.** Je dána funkce $f : f(x) = \dfrac{x^2+1}{x}$ se zúženým definičním oborem $D(f) = (0,\infty)$. **[5 BODŮ]**

**Vy**šetřete lokální extrémy této funkce a dále určete intervaly, v nichž je rostoucí, resp. klesající.

a) $f$ je klesající v $(0,1\rangle$, rostoucí v $\langle 1,\infty)$, má lokální minimum v bodě $x = 1$.

b) $f$ je rostoucí v $(0,\infty)$, nemá lokální extrém.

c) $f$ je klesající v $(0,\infty)$, nemá lokální extrém.

d) $f$ je klesající v $(0,2\rangle$, rostoucí v $\langle 2,\infty)$, má lokální minimum v bodě $x = 2$.

e) $f$ je rostoucí v $(0,1\rangle$, klesající v $\langle 1,\infty)$, má lokální maximum v bodě $x = 1$.

**II.** Vypočítejte moment setrvačnosti vzhledem k ose $y$ rovinné desky **[5 BODŮ]**
$D = \{[x,y] \in E_2 : x^2 + y^2 \le 4, y \ge 0\}$, je-li hustota $\rho(x,y) = y$. ( $J_y = \iint_D x^2 \rho(x,y)\,dxdy$ )

a) 8/15

b) −3/5

c) 4π/3

d) 64/15

e) 8/3

**III.** Najděte obecné řešení soustavy lineárních diferenciálních rovnic $\dot{X} = \begin{pmatrix} 1, & -1 \\ -4, & -2 \end{pmatrix} X$. **[5 BODŮ]**

Doporučení: Určete nejprve vlastní čísla a vlastní vektory matice.

a) $X = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} e^{-2t} + c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} e^{-t},\ t \in (-\infty,\infty), c_1, c_2 \in R.$

b) $X = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} e^{-2t} + c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} e^{3t},\ t \in (-\infty,\infty), c_1, c_2 \in R.$

c) $X = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^{2t} + c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} e^{-3t},\ t \in (-\infty,\infty), c_1, c_2 \in R.$

d) $X = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} e^{-2t} + c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} e^{-3t},\ t \in (-\infty,\infty), c_1, c_2 \in R.$

e) $X = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} e^{2t} + c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} e^{3t},\ t \in (-\infty,\infty), c_1, c_2 \in R.$

**IV.** Je dána Cauchyova úloha pro obyčejnou diferenciální rovnici 2.řádu

$$y'' = \frac{x}{1-y'} + \ln(2-y) \qquad (1)$$

s počátečními podmínkami

$$y(1) = 1, \quad y'(1) = 0 \qquad (2)$$

**1)** Určete oblast existence a jednoznačnosti maximálního řešení dané Cauchyovy úlohy. **[2 BODY]**

a) $\Omega = \{(x, y, y') \mid x < 0, y > 2, y' < 1\}$

b) $\Omega = \{(x, y, y') \mid x \in R, y < 2, y' > 1\}$

c) $\Omega = \{(x, y, y') \mid x \in R, y > 2, y' < 1\}$

d) $\Omega = \{(x, y, y') \mid x \in R, y < 2, y' < 1\}$

e) $\Omega = \{(x, y, y') \mid x \in R, y < 2, y' > 0\}$

**2)** Převeďte rovnici (1) na soustavu obyčejných diferenciálních rovnic 1. řádu a zapište počáteční podmínky (2) pro tuto soustavu. **[2 BODY]**

a) $$\begin{aligned} y_1' &= y_1 \\ y_2' &= \frac{x}{1-y_2} + \ln(2-y_1) \end{aligned} \qquad \begin{aligned} y_1(1) &= 1 \\ y_2(1) &= 0 \end{aligned}$$

b) $$\begin{aligned} y_1' &= y_2 \\ y_2' &= \frac{x}{1-y_2} + \ln(2-y_1) \end{aligned} \qquad \begin{aligned} y_1(1) &= 1 \\ y_2(1) &= 0 \end{aligned}$$

c) $$\begin{aligned} y_1' &= y_2 \\ y_2' &= \frac{x}{1-y_1} + \ln(2-y_2) \end{aligned} \qquad \begin{aligned} y_1(1) &= 0 \\ y_2(1) &= 1 \end{aligned}$$

d) $$\begin{aligned} y_1' &= y_2 \\ y_2' &= \frac{x}{1-y_2} + \ln(2-y_1) \end{aligned} \qquad \begin{aligned} y_1(0) &= 1 \\ y_2(0) &= 0 \end{aligned}$$

e) $$\begin{aligned} y_1' &= y_2 \\ y_2' &= \frac{x}{1-y_2} + \ln(2-y_1) \end{aligned} \qquad \begin{aligned} y_1(1) &= 1 \\ y_2(0) &= 0 \end{aligned}$$

**3)** Pomocí Eulerovy metody 1. řádu s krokem h=0.1 spočtěte přibližnou hodnotu $y'(1.1)$ . **[6 BODŮ]**

Nápověda k Eulerově metodě:

$$Y_{[n+1]} = Y_{[n]} + h\,k_1, \text{kde } Y_{[n]} = \begin{pmatrix} y_1(x_n) \\ y_2(x_n) \end{pmatrix}, \ k_1 = F(x_n, Y_{[n]}) = \begin{pmatrix} y_2(x_n) \\ x/(1 - y_2(x_n)) + \ln(2 - y_1(x_n)) \end{pmatrix}$$

a) $y'(1.1)=0.2$ mezivýsledek $k_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

b) $y'(1.1)=0.1$ mezivýsledek $k_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

c) $y'(1.1)=0.1$ mezivýsledek $k_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

d) $y'(1.1)=-0.1$ mezivýsledek $k_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

e) $y'(1.1)=0.3$ mezivýsledek $k_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

**I.** Automobil projede první polovinu své dráhy průměrnou rychlostí $80\,\mathrm{km/h}$, druhou polovinu, průměrnou rychlostí $40\,\mathrm{km/h}$. Určete průměrnou rychlost $v_P$ na celé dráze: **[3 BODY]**

a) 53,3 km/h

b) 63,3 km/h

c) 73,3 km/h

d) 33,3 km/h

**II.** Z vodní nádrže s vodorovným dnem o plošném obsahu $40\,\mathrm{m}^2$ je třeba vyčerpat vodu na úroveň okolního terénu. Volná hladina vody v nádrži je $6\,\mathrm{m}$ pod okolním terénem a hloubka vody v nádrži je $2\,\mathrm{m}$. Vypočítejte práci $A$, potřebnou k vyčerpání vody. **[3 BODY]**

a) $3{,}224 \cdot 10^4$ J

b) $5{,}494 \cdot 10^6$ J

c) $7{,}475 \cdot 10^8$ J

d) $1{,}924 \cdot 10^6$ J

**III.** Jak velkou silou $F$ musíme působit na těleso o hmotnosti $m = 50\,\mathrm{kg}$ a objemu $V = 0{,}025\,\mathrm{m}^3$, ponořené ve vodě, aby nekleslo ke dnu. **[3 BODY]**

a) 100 N

b) 150 N

c) 200 N

d) 250 N

**IV.** Vypočítejte výkon elektrického vařiče, který za 20 minut ohřál 1,5 litru vody o teplotě 20°C na 100°C když na ohřívání vody se využije 80% tepla, vyvinutého ve vařiči. Měrná tepelná kapacita vody $c = 4{,}186\ \mathrm{kJ \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$: **[3 BODY]**

a) 523,25 W

b) 153,45 W

c) 1 520,5 W

d) 831,02 W

**V.** 5 kg vodíku o tlaku 300 kPa a teplotě 25°C se dodalo při izotermické změně stavu teplo 2,5 MJ.

**1)** Stanovte měrnou práci (objemovou a tlakovou) konanou plynem: **[2 BODY]**

a) $w_{12}$ = 500 kJ

b) $w_{12}$ = 200 kJ

c) $w_{12}$ = 1 500 kJ

d) $w_{12}$ = 700 kJ

**2)** tlak na konci změny: **[2 BODY]**

a) $p_2$ = 125,5 kPa

b) $p_2$ = 85,5 kPa

c) $p_2$ = 200,4 kPa

d) $p_2$ = 332,5 kPa

3) hustotu na počátku změny: **[2 BODY]**

a) $\rho_1 = 0{,}162\ \mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}$

b) $\rho_1 = 0{,}332\ \mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}$

c) $\rho_1 = 0{,}472\ \mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}$

d) $\rho_1 = 0{,}722\ \mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}$

**4)** hustotu na konci změny. Molární hmotnost vodíku uvažujte 2 $\mathrm{kg.kmol^{-1}}$: **[2 BODY]**

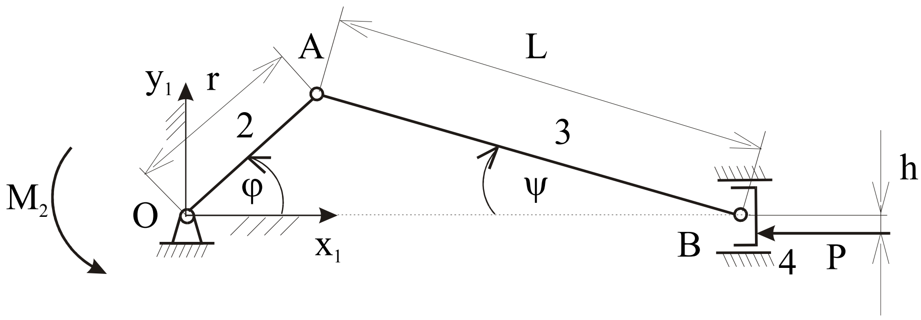
a) $\rho_2 = 0{,}262\ \mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}$

b) $\rho_2 = 0{,}572\ \mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}$

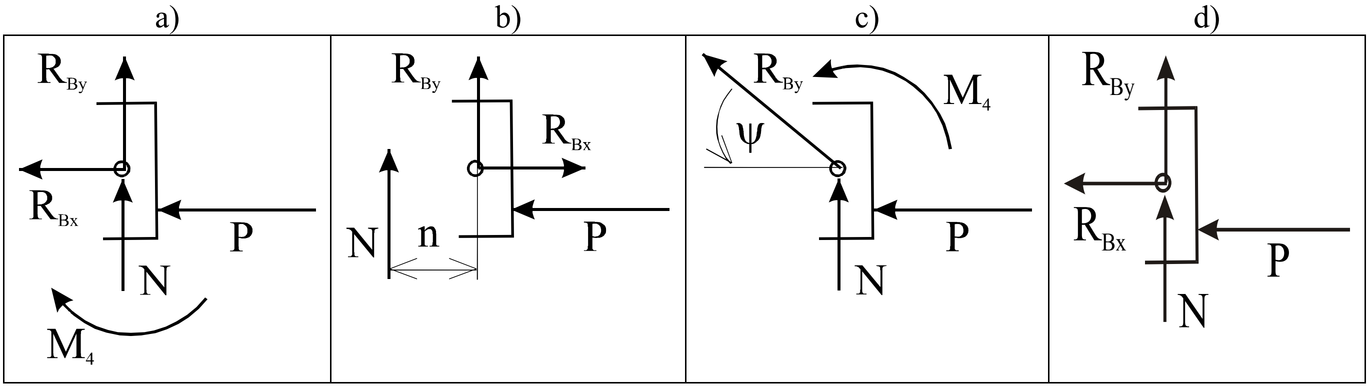
c) $\rho_2 = 0{,}732\ \mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}$

d) $\rho_2 = 0{,}242\ \mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}$

**I.** Je dáno: $M_2$; $P$; $r$; $\ell$; $\varphi$ a $\psi$.




**1)** Kterou z variant nelze použít pro uvolnění tělesa 4: **[2 BODY]**




**2)** Která rovnice nevyjadřuje momentovou rovnováhu tělesa 2: **[2 BODY]**

a) $M_2 - R_{Ax}\, r\, sin(\varphi) + R_{Ay}\, r\, sin(\varphi) = 0$

b) $M_2 - R_{0x}\, r\, sin(\varphi) - R_{0y}\, r\, cos(\varphi) = 0$

c) $M_2 + R_{32}\, cos(\psi) r\, sin(\varphi) + R_{32} sin(\psi) r\, cos(\varphi) = 0$

d) $M_2 - R_{32}\, cos(\psi) r\, sin(\varphi) + R_{32} sin(\psi) r\, cos(\varphi) = 0$

**3)** Jakou práci vykoná konstantní silová dvojice $M_2$ při pootočení tělesa 2 o úhel φ: **[2 BODY]**

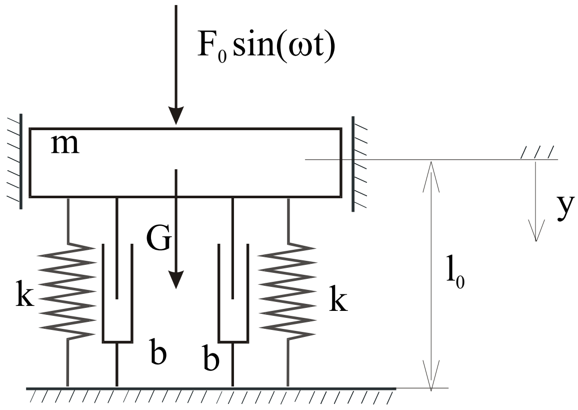
a) $M_2 \dot{\varphi}$

b) $M_2\, r\, cos(\varphi)$

c) $M_2 \varphi$

d) $M_2\, r^{-1} cos(\varphi)$

**II.** Je dáno: $m$; $b$; $\ell_0$; $F_0$ a $\omega$.




**1)** Která z uvedených rovnic neumožňuje řešit průběh pohybu systému: **[2 BODY]**

a) $m\ddot{y} + 2b\dot{y} + 2ky = F_0 sin(\omega t) + mg$

b) $\ddot{y} + 2b_r\Omega\dot{y} + \Omega^2 y = F_0 m^{-1} sin(\omega t) + g$

c) $\ddot{y} + b_r \dfrac{2\Omega_b}{\sqrt{1-b_r^2}}\dot{y} + \dfrac{\Omega_b^2}{1-b_r^2} y = F_0 m^{-1} sin(\omega t) + g$

d) $\ddot{y} + b_r\omega\dot{y} + \omega^2 y = F_0 m^{-1} sin(\omega t) + g$

**2)** Určete podmínku rezonance systému: **[2 BODY]**

a) $\Omega = \Omega_b$

b) $\omega = \sqrt{k/m}$

c) $\omega = \Omega_b$

d) $\Omega = \omega$

**3)** Která z uvedených rovnic popisuje volné kmity systému: **[2 BODY]**

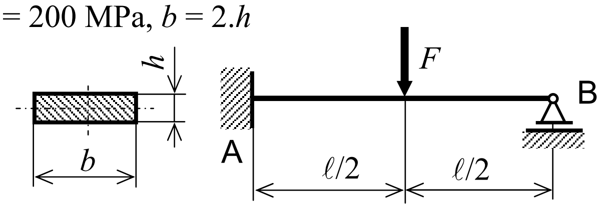
a) $y(t) = e^{-b_r\Omega t}\left(A cos(\Omega_b t) + B sin(\Omega_b t)\right)$

b) $y(t) = e^{-b_r\Omega t}\left(A cos(\Omega\, t) + B sin(\Omega\, t)\right)$

c) $y(t) = e^{-b_r\Omega_b t}\left(A cos(\Omega\, t) + B sin(\Omega\, t)\right)$

d) $y(t) = e^{-b_r\Omega_b t}\left(A cos(\Omega_b t) + B sin(\Omega_b t)\right)$

**III.** Je dáno: $F = 6000$ N, $\ell = 1000$ mm, $E = 2.10^5$ MPa, $\sigma_D = 200$ MPa, $b = 2.h$




**1)** Vyjádřete obecně velikost momentu ve vetknutí $M_A$: **[2 BODY]**

a) $M_A = \frac{2}{3} \cdot F \cdot \ell$

b) $M_A = \frac{1}{2} \cdot F \cdot \ell$

c) $M_A = \frac{1}{6} \cdot F \cdot \ell$

d) $M_A = -\frac{3}{8} \cdot F \cdot \ell$

**2)** Vyjádřete obecně velikost reakce v posuvné podpěře $R_B$: **[2 BODY]**

a) $R_B = \frac{15}{12} \cdot F$

b) $R_B = \frac{5}{16} \cdot F$

c) $R_B = \frac{5}{12} \cdot F$

d) $R_B = \frac{1}{2} \cdot F$

**3)** Vyjádřete obecně velikost maximálního ohybového $M_{o\,\max}$: **[2 BODY]**

a) $M_{o_{\max}} = \frac{6}{32} \cdot F \cdot \ell$

b) $M_{o_{\max}} = \frac{1}{3} \cdot F \cdot \ell$

c) $M_{o_{\max}} = \frac{2}{3} \cdot F \cdot \ell$

d) $M_{o_{\max}} = \frac{1}{4} \cdot F \cdot \ell$

**4)** Vypočtěte číselně z pevnostní podmínky tloušťku nosníku $h$: **[2 BODY]**

a) 220 mm

b) 3,8 mm

c) 112 mm

d) 25,6 mm

**I.** Doporučené licí teploty odlitků z litin jsou v rozmezí: **[2 BODY]**

a) 800 – 950 °C

b) 950 – 1000 °C

c) 1000 – 1200 °C

d) 1250 – 1400 °C

**II.** Metodou tlakového lití se odlévají: **[2 BODY]**

a) především drobné ocelové odlitky

b) především odlitky z litiny s lupínkovým grafitem

c) především odlitky z temperované litiny

d) především odlitky ze slitin hliníku, hořčíku a zinku

**III.** Hlavní funkcí výronku při zápustkovém kování je: **[2 BODY]**

a) regulace pohybu materiálu v zápustce a zachycení přebytečného kovu

b) snížení ztrát opalem a zachycení okují

c) zvýšení stupně prokování materiálu a snížení přetvárného odporu

d) dosazování kovu při chladnutí a smršťování výkovku

**IV.** Kužel lze na konvenční brusce obrábět: **[2 BODY]**

a) vyosením koníku

b) natočením vřeteníku

c) natočením stolu

**V.** Fréza o průměru 120 mm, otáčející se 126 ot/min. je nahrazena frézou o průměru 90 mm. Na jakou hodnotu musíme nastavit otáčky, aby byla zachována stejná řezná rychlost? **[2 BODY]**

a) 67 ot.min$^{-1}$

b) 167 ot.min$^{-1}$

c) 267 ot.min$^{-1}$

**VI.** Obrážením ozubených kol metodou MAAG dosahujeme stupeň přesnosti ozubení dle ČSN014682? **[2 BODY]**

a) 7 až 8

b) 5 až 6

c) 3 až 4

**VII.** Kalitelnost je: **[2 BODY]**

a) schopnost oceli dosáhnout ochlazením z austenitizační teploty nerovnovážného stavu

b) je dána maximální tvrdostí po kalení

c) udává, do jaké hloubky je možno ocel zakalit

**VIII.** Oceli jsou kalitelné od: **[1 BODY]**

a) 0,2%C

b) 0,7%C

c) 0,4%C

**IX.** Železo $\gamma$ má mřížku: **[2 BODY]**

a) K8

b) kubickou prostorově centrovanou

c) K12

**X.** Maximální rozpustnost uhlíku v železe $\gamma$ je: **[1 BODY]**

a) 2,11%C

b) 0,02%C

c) 0,8%C

**XI.** Intersticiální tuhý roztok uhlíku v železe $\gamma$ je: **[1 BODY]**

a) ferit
b) austenit
c) perlit

**XII.** Tažnost se vypočítá : **[1 BODY]**

a) $\frac{\Delta L}{L_0} \cdot 100\%$

b) $\frac{\Delta S}{S_0} \cdot 100\%$

c) $\frac{L_0 - L_1}{L_0} \cdot 100\%$